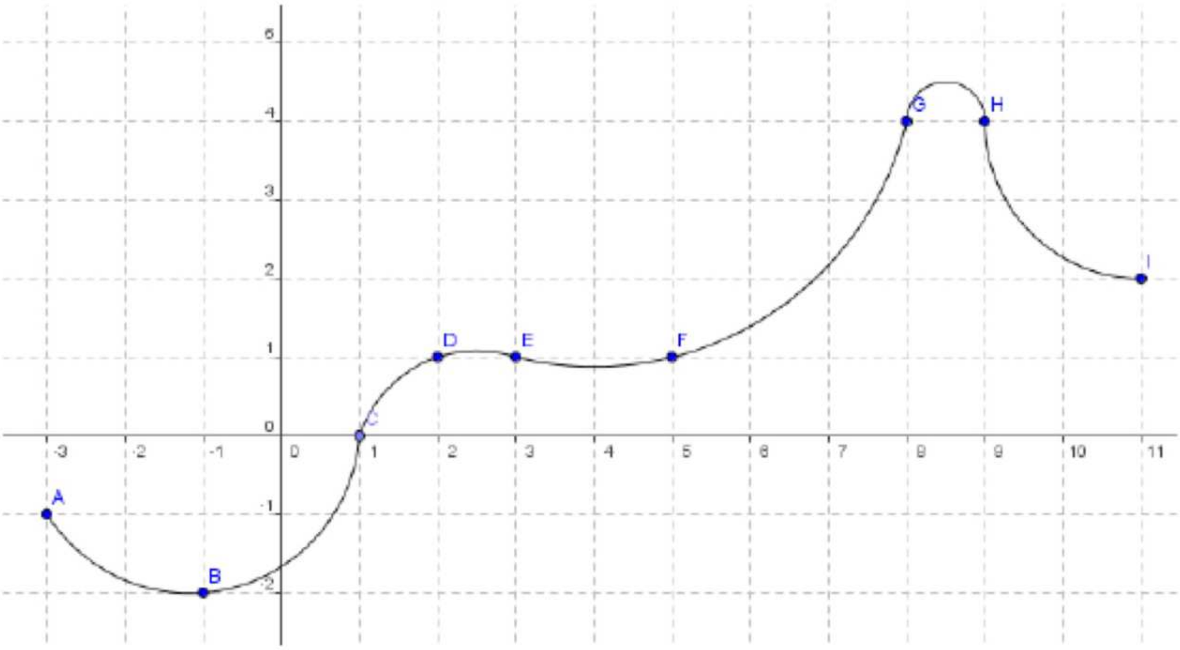
« Qu'est-ce qu'une fonction? »

Définition : Une fonction f est une machine qui, à un nombre donné fait correspondre un nombre et un seul. (*c'est-à-dire un unique nombre*)

On note mathématiquement: $f : x \mapsto f(x)$

- f est le nom de la fonction
- x est le nombre choisi au départ : On l'appelle un antécédent de $f(x)$ par la fonction f
- $f(x)$ est l'unique nombre à l'arrivée : On l'appelle l'image de x par la fonction f

Exemple 1 : Ce graphique définit une fonction qui à chaque nombre x compris entre -3 et 13 associe un nombre $f(x)$.



L'image de -3 est -1. $f(-3) = -1$
L'image de -1 est -2. $f(-1) = -2$
L'image de 1 est 0. $f(1) = 0$
L'image de 2 est 1. $f(2) = 1$
L'image de 3 est 1. $f(3) = 1$
L'image de 5 est 1. $f(5) = 1$
L'image de 8 est 4. $f(8) = 4$
L'image de 9 est 4. $f(9) = 4$
L'image de 11 est 2. $f(11) = 2$

L'antécédent de -2 est -1.
L'antécédent de 0 est 1.
Les antécédents de 1 sont 3 ; 5 et 8.
Les antécédents de 4 sont 8 et 9.

Remarque : les nombres 2 ; 3 ; 5 ont la même image qui est 1.
Les nombres 8 et 9 ont la même image qui est 4.

Une image peut avoir **plusieurs antécédents.**

Le point D a pour coordonnées (2 ; 1) ou aussi (2 ; f(2))
2 est l'abscisse du point D et 1 (f(2)) est l'ordonnée du point D.

Exemple 2 :

x	-10	-3	-1	0	1,5	2,5	5	6	8
$p(x)$	-5	-1	0	1,5	4,25	8	0	-3	-6

Ce tableau définit une fonction p qui à chaque nombre de la 1ère ligne associe un nombre de la deuxième.

L'image de 2,5 est 8 . $\boxed{p(2{,}5) = 8}$

Les antécédents de 0 sont -1 et 5.

$$\boxed{\begin{array}{c} p(-1) = 0 \\ \text{et} \\ p(5) = 0 \end{array}}$$

Exemple 3 :

Un programme de calcul est une fonction.

Appelons cette fonction **R.**

Appelons $\boldsymbol{x}$ le nombre choisit au départ.

On considère le programme de calcul suivant :

- prendre un nombre ;
- multiplier de nombre par 5 ;
- retrancher 8 au résultat précédent ;
- multiplier le résultat précédent par 2 ;
- afficher le résultat.

On a donc : **R** la fonction qui à $\boldsymbol{x}$ associe $\boldsymbol{R}(\boldsymbol{x}) = (5\boldsymbol{x} - 8) \times 2$

Que l'on note mathématiquement : R : $x \mapsto (5x - 8) \times 2$

- ***Quel est le résultat affiché par ce programme si on choisit 2 comme nombre de départ ?***

Si on choisit 2 comme nombre de départ on obtient à l'arrivée : $\mathrm{R}(2) = (5 \times 2 - 8) \times 2 = 4$

On dit que 4 est l'image de 2 par la fonction R.

- ***Quel est le nombre de départ si le résultat affiché par ce programme est 14 ?***

On cherche les antécédents (nombre de départ) de 14 par la fonction R.

- Soit on remonte le programme de calcul
- Soit on résout l'équation $\mathrm{R}(\boldsymbol{x}) = 14$ c'est-à-dire $(5\boldsymbol{x} - 8) \times 2 = 14$

On trouve $5\boldsymbol{x} - 8 = 7$

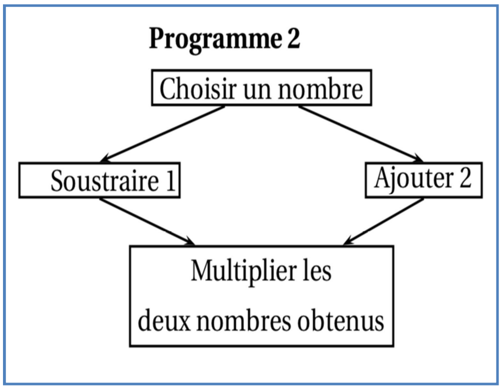
$$5\boldsymbol{x} - 8 + 8 = 7 + 8$$
$$5\boldsymbol{x} = 15$$

$\boldsymbol{x}$ *est le nombre qui, multiplié par* 5 *donne* 15 *donc* $\quad x = 3$

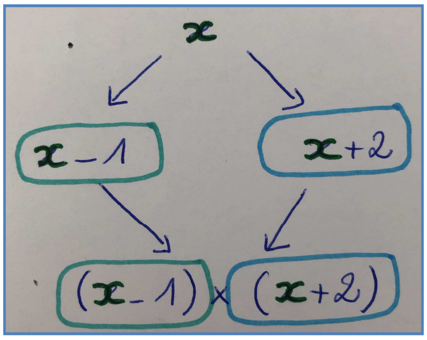
On dit que 3 est l'antécédent de 14 par la fonction R. (Il n'y a qu'un seul antécédent ici.)

Exemple 4 :

Le programme de calcul n°2 est une fonction.



Si on appelle **h** cette fonction, et $\boldsymbol{x}$ le nombre choisi au départ, on a donc :



Que l'on note mathématiquement : $h: x \mapsto (x-1) \times (x+2)$

- ***Quel est le résultat affiché par ce programme si on choisit -3 comme nombre de départ ?***

Si on choisit -3 comme nombre de départ on obtient à l'arrivée :

$\boldsymbol{h(-3) = (-3-1) \times (-3+2) = -4 \times (-1) = 4}$

On dit que 4 est l'image de -3 par la fonction h.

- ***Quel est le nombre de départ si le résultat affiché par ce programme est 0 ?***

On cherche le ou les antécédents (nombres de départ) de 0 par la fonction h.

$\boldsymbol{h(1) = (1-1) \times (1+2) = 0 \times 3 = 0}$
$\boldsymbol{h(-2) = (-2-1) \times (-2+2) = -3 \times 0 = 0}$

- On ne peut pas remonter le programme de calcul.
- On résout l'équation produit $h(x) = 0$ c'est-à-dire :

$(x-1) \times (x+2) = 0$ *(on apprendra à résoudre ce type d'équation plus tard)*