

3° Mise au point en Calcul littéral

Rappel 1 :

Pour identifier si une expression algébrique est une somme, une différence, un produit ou un quotient, je cherche **la dernière opération**.

Remarque 1 :

- On « confond » somme et différence en parlant de « **somme algébrique** »

Exemple : ces expressions sont des sommes

$$2x + 4$$

$$2x - 4$$

$$(2x + 4) \times 3 - 7x$$

Remarque 2 :

- On « confond » produit et quotient en parlant de « **produit** »

Exemple : ces expressions sont des produits

$$2(x + 4)$$

$$\frac{1}{3}(x - 7)$$

Exercices pour m'entraîner :

- **faire les séries 2, 3 et 4 niveau rouge**

<https://padlet.com/mathsmontaigne/c0jnrsb7f4c4>

Rappel 2 :

- **Factoriser** une expression c'est passer **d'une somme à un produit**.
- **Développer** une expression c'est passer **d'un produit à une somme**.
- Une **expression factorisée** est donc un **produit** (ou un quotient).
- Une **expression développée** est donc une **somme** (ou une différence).

Exercices pour m'entraîner :

- **Test 42 distributivité simple :**

<https://tacedupublicresources.blob.core.windows.net/hatier/calculmental/objectif42/index.htm>

- **Test 43 distributivité double :**

<https://tacedupublicresources.blob.core.windows.net/hatier/calculmental/objectif43/index.htm>

- **Test 44 factoriser :**

<https://tacedupublicresources.blob.core.windows.net/hatier/calculmental/objectif44/index.htm>

- **faire les séries 3, 4 et 5 niveau rouge**

<https://padlet.com/mathsmontaigne/calculliteral>

- **Exercice 1 - classe virtuelle du vendredi 17 avril**

« *Quelles sont les expressions développées et les expressions factorisées? »* »

$(x+3)^2$	$x^2 - 9$	$x^2 + 3x$
$x^2 - 3x$	$(x-3)^2$	$(x+3)(x-3)$
$(x-2)(x+3)$	$x^2 + 9 + 6x$	$x(x+3)$
$x(x-3)$	$x^2 + 5x + 6$	$x^2 - 6x + 9$

- **Exercice 2 - classe virtuelle du vendredi 17 avril**

« *1. Écrire les expressions algébriques correspondant au résultat de chaque programme si on choisit les nombres a et b au départ. »* »

« *2. Prouver que ces programmes sont deux à deux équivalents. »* »

<p>PROGRAMME 1</p> <ul style="list-style-type: none"> • Choisir deux nombres quelconques • Calculer le carré de chacun d'eux. • Calculer la somme des carrés obtenus • Ajouter deux fois le produit des deux nombres. 	<p>PROGRAMME 2</p> <ul style="list-style-type: none"> • Choisir deux nombres quelconques • Calculer le carré de chacun d'eux. • Calculer la somme des carrés obtenus • Retrancher deux fois le produit des deux nombres. 	<p>PROGRAMME 3</p> <ul style="list-style-type: none"> • Choisir deux nombres quelconques • Calculer la somme des deux nombres choisis au départ • Calculer la différence des deux nombres choisis au départ • Calculer le produit de la somme et de la différence obtenus précédemment.
<p>PROGRAMME 4</p> <ul style="list-style-type: none"> • Choisir deux nombres quelconques • Calculer la différence des deux nombres choisis • Calculer le carré de cette différence. 	<p>PROGRAMME 5</p> <ul style="list-style-type: none"> • Choisir deux nombres quelconques • Calculer le carré de chacun d'eux. • Calculer la différence des carrés obtenus 	<p>PROGRAMME 6</p> <ul style="list-style-type: none"> • Choisir deux nombres quelconques • Calculer la somme des deux nombres choisis • Elever cette somme au carré.

Bilan : les identités remarquables

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

(objectif 2nd GT les 3 sont à connaître par coeur sinon seulement celle encadrée)

Rappel 3 : le signe égal à plusieurs sens en maths (en voici 2 mais il y en a d'autres)

• Quand on écrit : $x + 3 + x + 2 = 2x + 5$

On a réduit l'expression algébrique.

On écrit **une égalité qui est toujours VRAIE** quelque soit la valeur de x .

On dit alors que c'est **une identité**.

• Quand on écrit : $2x + 3 = 2x + 5$

On écrit une égalité qui n'est pas vraie pour toutes les valeurs de x .

Par exemple si on prend $x = 1$ alors :

$$2x + 3 = 2 \times 1 + 3 = 2 + 3 = 5$$

Et

$$2x + 5 = 2 \times 1 + 5 = 2 + 5 = 7$$

Cette égalité n'est pas vraie pour $x = 1$ donc ce **n'est pas une identité** mais **une équation**.

Une équation est une égalité vraie **pour certaines valeurs de x** .

Remarque :

Quand on simplifie, réduit, développe, ou qu'on factorise une expression algébrique on écrit des identités.

Exercice pour m'entraîner :

« **Classer les égalités suivantes en deux catégories : identités / équations** »

$$2(x + 3) = 2x + 6$$

$$4x^2 - 81 = (2x - 9)(2x + 9)$$

$$2(x + 3) = 2x + 3$$

$$5x + 5x + 1 = (5x + 1) \times 2$$

$$(x + 3)(x - 3) = x^2 - 9$$

$$x + x = x^2$$

$$5x + 6 + 7x = 12x + 6$$

$$6x + 9 = 15x$$

Qu'est-ce qu'une équation produit nul?

Bilan : (classe virtuelle du vendredi 17 avril)

Une « équation produit nul » est de ce type : $(2,5x - 7)(8x - 9,6) = 0$

Un produit est nul **si au moins l'un de ses facteurs est nul.**

On résout donc les deux équations du premier degré :

$$(2,5x - 7)(8x - 9,6) = 0$$
$$2,5x - 7 = 0 \quad \text{ou} \quad 8x - 9,6 = 0$$
$$2,5x = 7 \quad \text{ou} \quad 8x = 9,6$$
$$x = 2,8 \quad \text{ou} \quad x = 1,2$$

Exercice pour m'entraîner :

• **Exercice :** « Résoudre les équations produits suivantes »

a. $(x + 2)(10 - x) = 0$

b. $5x(3x + 5) = 0$

c. $(2x - 1)^2 = 0$

d. $(3x - 5)(3x + 5) = 0$

À quoi servent les identités remarquables?

En utilisant la forme développée ou la forme factorisée on va pouvoir résoudre des équations du second degré comme par exemple : $x^2 = 4$ ou encore $x^2 - 9 = 0$

Exercice pour m'entraîner :

• **Exercice 1 : « Développer les expressions suivantes »**

$$A(x) = (x - 6)(x + 6)$$

$$B(x) = (2x + 5)(2x - 5)$$

$$C(x) = (x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2})$$

• **Exercice 2 : « Factoriser les expressions suivantes »**

$$G(x) = x^2 - 4$$

$$D(x) = 16 - 9x^2$$

$$E(x) = 16x^2 - 144$$

$$F(x) = 13 - 81x^2$$

• **Exercice 3 : « Résoudre les équations suivantes »**

$$x^2 - 64 = 0$$

$$x^2 = 9$$

$$x^2 = 0$$

$$x^2 - 49 = 0$$

$$16x^2 - 25 = 0$$

$$x^2 = 20$$

$$x^2 = -9$$

$$4x^2 - 49 = 0$$

$$x^2 = 11$$

$$(x + 2)^2 - 9 = 0$$

Conseils:

1. commencer par les observer : l'une d'elles n'a pas de solution : LAQUELLE?
2. Ensuite, classer ces équations en deux catégories : celles dont le deuxième membre est déjà 0 et celles qu'il faut d'abord transformer pour avoir un second membre égal à 0.

Exercices pour s'entraîner et vérifier qu'on a bien compris.

Ex 1 :

Résoudre les trois équations suivantes :

a) $x(2x - 7) = 0$

b) $4x^2 = 100$

c) $(3x + 2)^2 = 25$

Ex 2 :

Factoriser les expressions suivantes :

A = $8x - 56$

C = $39x + 26x^2$

E = $(x + 3)^2 + (x + 3)(-2x + 9)$

B = $7x^2 - 21x$

D = $(5x + 4)(x - 2) + (5x + 4)(8 - 3x)$

F = $(x - 7)^2 + (x - 7)$

Ex 3 :

Résoudre les trois équations suivantes :

a) $x^2 = 36$

b) $(x - 5)^2 - 9 = 0$

c) $(2x - 4)(4x + 1) = 0$

Ex 4 :

Résoudre les trois équations suivantes :

a) $(3x - 6)(7x + 9) = 0$

b) $(2x + 2)(5x - 3) - (8x - 5)(2x + 2) = 0$

c) $(2x - 4)^2 + (2x - 4)(7x + 12) = 0$

Ex 5 :

On donne l'expression $E = (3x - 5)^2 - (8x + 1)(3x - 5)$.

1) Développer et réduire E .

2) Factoriser E .

3) Calculer E pour $x = -3$.

4) résoudre $E = 0$

Ex 6 :

Factoriser à l'aide d'une identité remarquable :

A = $x^2 - 49$

B = $2^2 - (7x - 5)^2$

C = $9x^2 - 30x + 25$

D = $(3x - 5)^2 - (2x)^2$

E = $4x^2 + 12x + 9$

F = $(8x - 3)^2 - (8x - 1)^2$

Ex 7 :

Reconnaitre une différence de 2 carrés et factoriser les expressions suivantes :

$$A = (x + 1)^2 - 81$$

$$B = 1 - (3x - 1)^2$$

$$C = 121x^2 - (10x - 3)^2$$

Ex 8 :

Factoriser les expressions suivantes en utilisant les identités remarquables :

a) $36 - x^2$

b) $36x^2 - 81$

c) $25x^2 - 36$

d) $(2x - 7)^2 - 49$

Ex 9 :

1) a) Factoriser l'expression : $A_1 = 8x - 6$

b) En déduire la factorisation de l'expression : $A_2 = 8x - 6 - (4x - 3)(2x + 5)$

2) a) Factoriser l'expression : $B_1 = 4x^2 - 1$

b) En déduire la factorisation de l'expression : $B_2 = (x - 8)(2x + 1) + 4x^2 - 1$

3) a) Factoriser l'expression : $C_1 = 25 - 60x + 36x^2$

b) En déduire la factorisation de l'expression : $C_2 = (2x + 3)(5 - 6x) + 25 - 60x + 36x^2$

Ex 10 :

Factoriser les expressions suivantes :

1) $(2x - 4)(3x + 5) - (7x - 9)(3x + 5) = \underline{\quad}$

2) $x^2 - 16 = \underline{\quad}$

3) $(3x + 1)^2 - (2x - 7)(3x + 1) = \underline{\quad}$

4) $25x^2 + 90x + 81 = \underline{\quad}$

5) $(-3x + 1)(2x + 9) - 5(2x + 9) = \underline{\quad}$